

課 題	<b>曲面・曲線についての複眼的研究</b> <b>Research on surfaces and curves from various view points</b>
研究組織	四ッ谷 晶二 (理工学部・教授) 研究代表者 岡(国府)宏枝 (理工学部・教授) 松本 和一郎 (理工学部・教授) 大西 俊弘 (理工学部・准教授) 山岸 義和 (理工学部・助教) 若 狭 徹 (明治大学先端数理科学インスティテュート研究員) 村 井 実 (龍谷大学・非常勤講師)

## 1. 研究発表

- (1) T. Wakasa and S. Yotsutani: Asymptotic profiles of eigenfunctions for some 1-dimensional linearized eigenvalue problems, *Commun. Pure Appl. Anal.* 9 (2010), 539-561.
- (2) T. Ito, B. Scardua and Y. Yamagishi: Transversality of complex linear distributions with spheres, contact forms and Morse type foliations, *Journal of Geometry and Physics* 60 (2010), 1370-1380.
- (3) A. Hizume and Y. Yamagishi: Stripes on Penrose tilings, *J. Phys. A: Math. Theor.* 44 (2011) 015202. [権威あるイギリスの物理学会誌に論文中の図も表紙に選ばれている]
- (4) S. Yotsutani: On a shadow system to the Gierer-Meinhardt system with a non-local term, 8-th AIMS conference on Dynamical systems, Differential equations and Applications, Special Session 31, Dresden Univ. of Tech., Dresden, Germany, May 25-28, 2010.
- (5) S. Yotsutani: Multiplicity of solutions to a limiting system in the Lotka-Volterra competition with cross-diffusion, RIMS, Kyoto Univ., Japan, Nov. 15-17, 2010.
- (6) S. Yotsutani: Blow up phenomena in closed plane elastic curves, *Nonlinear Analysis and Integrable Systems*, Tomoikiso, Ryukoku Univ., Japan, Nov. 18-19, 2010.
- (7) S. Yotsutani: Multiplicity of solutions to a limiting system in the Lotka-Volterra competition with cross-diffusion, The 19th Workshop on Differential Equations and Its Applications, National Cheng Kung Univ., Taiwan, Jan. 14-19, 2010.
- (8) T. Wakasa: Limiting structure on eigenfunctions of linearized eigenvalue problems for 1-dimensional bistable reaction-diffusion equations", 8-th AIMS conference on Dynamical systems, Differential equations and Applications, Special Session 63, Dresden Univ. of Tech., Dresden, Germany, May 25-28, 2010.
- (9) T. Wakasa: Traveling waves for a reaction-diffusion model for tumour growth with contact inhibition, 8-th AIMS conference on Dynamical systems, Differential equations and Applications, Special Session 16, Dresden Univ. of Tech., Dresden, Germany, May 25-28, 2010.
- (10) M. Murai: Blow up Phenomena on the curvature of closed plane elastic curves with the winding number  $\omega \geq 1$ , The 26th Matsuyama Camp, Recent Development on Partial Differential Equation, Tomoikiso, Ryukoku Univ., Japan, Jan. 6-9, 2011.
- (11) 三好・村井・松本・四ッ谷: 平面弾性閉曲線における曲率の爆発現象, 2010年度日本数学会秋季総合分科会, 函数方程式分科会, アブストラクト, 名古屋大学, 2010年9月21日~23日.
- (12) 三好・村井・松本・四ッ谷: 回転数1の平面弾性閉曲線における曲率の爆発現象, 2011年度日本数学会年会, 函数方程式分科会, アブストラクト, 早稲田大学, 2011年3月. (大震災のため, アブストラクト受理を講演と見なしている.)
- (13) 須志田・日詰・山岸: (ポスター発表) 三角形の相似タイリングとその周辺, 2010年度日本応用数学会年会, 明治大学, 2010年9月6日~9日. [若手優秀ポスター賞を受賞]
- (14) 村井実: 平面弾性閉曲線の面積に対する曲率の挙動について, 第10回盛岡応用数学小研究集会, 岩手大学人文社会科学部, 2010年11月6日~7日.

## 2. 2010年度の研究計画

我々は、数年前、微分方程式の係数に解自身の積分項を含み、積分制約条件をもつ非線形微分方程式の解の全体構造を解析する方法を発見した。

これにより、超伝導を記述する Ginzburg-Landau 方程式、相変化を記述する Cahn-Hilliard 方程式、与えられた回転数・面積のもとでの弾性エネルギーが最小となる平面閉弾性曲線を決定する方程式、数理生態学に現れる cross-diffusion 方程式の極限方程式の定常解の問題等の解の全体構造を解明してきた。さらに、そこで開発された解析方法を応用し、反応拡散方程式の線形化固有値問題の全固有値・固有関数を表示できる重要な例を発見した。

これらの研究のポイントは、候補となる解の全体をパラメータで表示し、曲面や曲線ととらえる。曲線そのものや、曲面と等高線を詳しく解析する。曲面が代数曲面でなく、完全楕円積分とその合成からなる超越関数を用いて定義される点に困難はあり工夫を必要とするが、結局、微分方程式の解構造決定を曲面・曲線の研究に帰着するのである。

これまで各個撃破できたが、曲面・曲線の研究の立場から統一的な見直しを行い、証明を簡明化し、多数のパラメータを含む問題にも適用可能のように解析手法を整備する。同時に、線形化固有値問題の全固有値・固有関数の極限形状を調べることを目標とする。

一方、ここ数年、Conley 指数等の位相的方法を計算機による計算と組み合わせることで力学系の大域的構造を位相的に捉え、それを通しカオスを含む力学系の大域的振る舞いを研究する研究が進展してきている。これは、力学系から定まる曲面や曲線を位相幾何学的に理解し、幾何学的不変量を計算機を用い厳密に計算し、大域的解構造を解明するものである。この方法をさらに推し進め、具体的数理モデルに対し解構造の位相的記述と分岐構造の解明を目標とする。

加えて、模型作成等を通じて、従来の観点と全く異なる視点からさまざま幾何学的対象を見直す。上記は相補的であるので共同でセミナーを開催し融合をはかる。

さらに、研究成果の社会還元を計るために、研究成果を教育工学の手法や模型作成を通じてわかりやすくし、中高の教員向けの講習会等を開催し次世代のための啓蒙活動も行う。研究計画をまとめると次のようになる。

- ・上記で述べたように、完全楕円積分からなる超越関数を用いて定義される曲面とその等高線の性質を統一的に調べるために、古典的な代数曲面の理論と計算機を用いた最新のグレブナー基底の計算に帰着したい。そのためには、超越関数を代数関数で高精度に近似のする定理を発見する必要があるためそれに集中して研究を行う。
- ・線形化固有値問題については、拡散係数を零に近づけたときの極限形状は、特異摂動問題として応用上重要であるにもかかわらず不明な点が多々あるので、我々の方法で状況を解明して厳密な証明を与えることで確実な理解をする。
- ・力学系から定まる曲面の位相幾何学的と計算機を用いた研究の新展開のために、ソフト Chomp を用い大量の厳密計算を実行して、あらたな大域的解構造の発見とその証明を行う。
- ・模型作成等を通じて、従来の観点と全く異なる視点からさまざま幾何学的対象を見直す。
- ・他大学の優秀な研究者を龍谷大学に招いての講演をお願いし討論・共同研究等を行う。
- ・中高の教員向けの講習会等を開催し成果の社会還元を行う。

## 3. 研究実績の概要(研究経過と成果)

研究発表(1),(2),(3)は、査読付き欧文誌に掲載された論文である。

線形化固有値問題に関して説明する。古典的な Sturm-Liouville 理論によって、一般的に、固有値・固有関数の存在は保証されている。しかしながら、拡散係数を零に近づけたときの、固有関数の形状はどんな形かという基本的で重要な問題の解答は容易ではない。

研究発表(1)の論文において、既発表論文の結果を土台とし、 $f(u)=\sin u$  の場合、拡散係数を零に近づけたときの固有関数の形状について調べた。この結果、思いもかけない美しい規則性をもった極限形状であることを数学的な定理として定式化し厳密な証明を与えた。この論文で発見された完全楕円積分に関する近似公式・かくれた対称性をみつける考え方を現在深めている。

最も典型的で工学への応用においても重要である、Allen-Cahn 型非線形項  $f(u)=u-u^3$  の反応拡散方程式の線形化固有値問題について予想に反し、 $f(u)=\sin u$  の場合より複雑ながら美しい規則性をもった極限形状であることを証明し、論文の最終チェックを行っている。

研究発表(2), (3)の論文は, 従来の観点と全く異なる視点からさまざま幾何学的対象を見直したものである. 特に, 論文(3)は, 著名な Penrose が極めて高く評価し, 権威あるイギリスの物理学会誌に掲載され, 論文の中の図もその号の表紙に選ばれている.

研究発表(4)~(10)は, 国際会議での発表である. (8)において, 線形化固有値問題に関する我々の最新の結果を報告した. また, (4), (5), (7), (9)においては, 数理生物学にあらわれる数理モデルを, 曲面・曲線の問題に帰着させて解析し, 従来, 困難と思われていたものに解答を与えたものである. さらに, (6), (10)において弾性曲線に関するさまざまな曲率の爆発現象を明らかに, それに対する証明について報告したものである. この研究の過程で, 超越関数を代数関数で高精度に近似のする定理を発見し応用した.

研究発表(11)~(14)は, 学会発表・研究会での発表である. (11)・(12)・(14)は(6), (10)と密接に関連するもので, それらの簡略版になっている. 研究発表(13)は応用数理学会におけるポスター発表で, 若手優秀ポスター賞を受賞した. 数学的には数学的センスあふれる考察を必要とし, 同時に, 模型を作って誰でも面白さを体験できるところが高く評価された.

なお, 力学系から定まる曲面の位相幾何学的と計算機を用いた研究については, 現在, 大量の厳密計算の遂行のために, 計算速度向上, メモリーの効率的な使用等の改良を行っているところである.

また, 他大学との研究者との共同研究を活性化するため, 2010年11月に国内外から指導的研究者を龍谷大学に招いての国際研究集会を開催し, その前後に共同研究を行った. 後ろに, そのプログラムを掲載する.

さらに, 中高の教員向けの講習会等を開催し成果の社会還元として, 2010年8月に, 教育用グラフィックソフトの GRAPES フォーラムを後援し, その際の発表内容を核に GRAPES 事例集刊行の後援を行った. 後ろに, GRAPES フォーラムのプログラムを掲載する.

最後に, 龍谷大学科学技術共同研究センターの絶大なご支援に感謝いたします.

## Nonlinear Analysis and Integrable Systems

### 非線形解析と可積分系数理

Date : 18-19 November 2010

Location : Ryukoku University SEMINAR HOUSE TOMOIKISO

Kamigyo, Kyoto 602-8019, Japan

龍谷大学セミナーハウス「ともいき荘」

〒602-8019 京都市上京区室町通下長者町通下ル近衛町38番 TEL : 075-366-5303

<http://www.ryukoku.ac.jp/tomoikiso>

Organizer : Shoji Yotsutani (Ryukoku University)

-----program-----

#### 18 November (Thursday)

- |                   |  |                  |
|-------------------|--|------------------|
| 9 : 30 - 10 : 10  | Tohru Wakasa (Meiji University)  | 若狭 徹(明治大学)       |
|                   | On linearized eigenvalue problems for 1-dimensional Allen-Cahn equations                                 |                  |
| 10 : 20 - 11 : 00 | Masayasu Mimura (Meiji University)   | 三村 昌泰(明治大学)      |
|                   | Competition-diffusion system and a free boundary problem   |                  |
| 11 : 10 - 11 : 50 | Kimie Nakashima (Tokyo Univ. of Marin Sci. and Tech.)  | 中島 主恵(東京海洋大学)    |
|                   | Location of layers for a spatially inhomogeneous balanced bistable equation in multi-dimensional domains |                  |
| 13 : 30 - 14 : 10 | Hirokazu Ninomiya (Meiji University)   | 二宮 広和(明治大学)      |
|                   | Non-planar traveling waves of reaction-diffusion equations   |                  |
| 14 : 20 - 15 : 00 | Nichiro Kawano (Miyazaki University)   | 川野 日郎(宮崎大学・名誉教授) |
|                   | Positive radial entire solutions for a semilinear elliptic system  |                  |
| 15 : 30 - 16 : 10 | Yoshitsugu Kabeya (Osaka Prefecture University)  | 壁谷 喜継(大阪府立大学)    |
|                   | Behaviors of hot spots to a linear heat equation with a negative potential term                          |                  |

16 : 20 – 17 : 00 Wei-Ming Ni (University of Minnesota, East China Normal University)  
ニ ウエイミン(ミネソタ大学 華東師範大学)  
Directed movements in heterogeneous Lotka-Volterra competition systems

17 : 10 – 17 : 50 Jong-Sheng Guo (Tamkang University) グオ ジョンセク(淡江大学)  
Blow up solutions of semilinear parabolic equations

**19 November (Friday)**

9 : 30 – 10 : 10 Masato Iida (Miyazaki University) 飯田 雅人(宮崎大学)  
On multi-phase invasions in a Lotka-Volterra cooperative system with diffusion

10 : 20 – 11 : 00 Shoji Yotsutani (Ryukoku University) 四ツ谷 晶二(龍谷大学)  
Blow up phenomena in closed plane elastic curves

11 : 10 – 11 : 50 Eiji Yanagida (Tokyo Institute of Technology) 柳田 英二(東京工業大学)  
Singular solutions of a semilinear parabolic equation

13 : 30 – 14 : 10 Yoshihisa Morita (Ryukoku University) 森田 善久(龍谷大学)  
On a reaction-diffusion system with conservation of a mass

14 : 20 – 15 : 00 Daisuke Takahashi (Waseda University) 高橋 大輔(早稲田大学)  
Observing digital and analogue, dream it

15 : 30 – 16 : 10 Junta Matsukidaira (Ryukoku University) 松木平 淳太(龍谷大学)  
Combinatorial aspects of solvable models

16 : 20 – 17 : 00 Junkichi Satsuma (Aoyama Gakuin University) 薩摩 順吉(青山学院大学)  
Aiming at Ultradiscrete Analysis

本研究集会は、  
2010年度龍谷大学科学技術共同研究センター研究プロジェクト  
「曲面・曲線についての複眼的研究」(研究代表者 四ツ谷晶二)  
の援助のもと開催されます。

**第1回 GRAPES フォーラム報告**

2010.8.21

**主催** 龍谷大学 理工学部数理情報学科  
大阪教育大学附属高等学校池田校舎

**日時** 2010年8月8日(日)

**会場** 龍谷大学大阪梅田キャンパス

**対象** GRAPESに関心を持つ教育関係者

**後援** 龍谷大学 科学技術共同研究センター  
大阪教育大学 教職教育研究開発センター

**協力** 大阪高等学校数学教育会 MET 研究委員会

**運営**

全体運営

友田 勝久(大阪教育大学附属高等学校池田校舎)

司会・記録・受付

井上 博之(大阪府立山田高等学校) 谷 勝二(大阪府立池田高等学校)  
永田ひろみ(雲雀丘学園中高等学校) 野村 和廣(大阪府立八尾北高等学校)  
松崎 雅夫(雲雀丘学園中高等学校)

## 会場マネジメント

大西 俊弘(龍谷大学理工学部数理情報学科)

## 講師

石谷 優行(神奈川県立横浜平沼高等学校) 小野田啓子(東京学芸大学附属竹早中学校)  
堀部 和経(愛知県立春日井東高等学校)

## 参加者

一般参加37名 スタッフ12名



## プログラム

10:00-10:10 主催者挨拶

大西 俊弘(龍谷大学理工学部数理情報学科)

10:10-10:45 基調報告

「GRAPESの歩みと事例の収集について」友田 勝久(大阪教育大学附属高等学校池田校舎)

GRAPESの20年と講習会10年の歩み、および事例集編纂に関する報告をおこなった。また、総合的な事例として、GRAPESのある風景を紹介した。

10:50-11:15 事例報告1

「区間における最大最小、領域における最大最小」辻 繁(大阪府立茨木高等学校)

GRAPESのサンプル「区間における最大最小」を用いた授業案の説明など。様々な情報を準備し、表示を切り替えると便利なことを紹介。

11:20-11:45 事例報告2

「『作図』指導へのGRAPESの利用」田中 誠一(大阪教育大学附属高等学校池田校舎)

新学習指導要領では数学A「図形の性質」で作図が登場する。GRAPESの2大機能、関数のグラフを描く、図形を描く、のうち後者に光を当ててみた。

11:50-12:15 事例報告3

「三角比の拡張」宇佐美俊哉(東京都立芸術高等学校)

三角比の定義の鈍角への拡張で、角を回転として捉え三角比を座標として考えさせる。GRAPESを活用して、三角比の表を作成した実習が、生徒にはよかったようだ。

13:15-13:40 事例報告4

「ベクトルの終点の存在範囲」池内 仁史(埼玉県立春日部高等学校)

正規直交座標と斜交座標の考えで、ベクトルの終点の存在範囲を素早く表示させることをねらいとした。デジタル(コンピュータシミュレーション)とアナログ(実際の実験)の両方を活用する方がよい。

13:45-14:10 事例報告5

「相関係数」徳田 憲弘(兵庫県立北摂三田高等学校)

新学習指導要領の「数学I」に相関係数が登場する。GRAPESを用いて点のドラッグで相関係数の変化を見ることができる。またテーブルを用いて様々な散布図を見せることができる。

14:15-14:40 事例報告6

「方程式の解の個数について」大西 俊弘(龍谷大学理工学部数理情報学科)

方程式の実数解の個数は、3D-GRAPESで3次的に表示させることで、場合分けを行わずに解答を得ることができる。

数学科教育法の授業でGRAPESの講習を行っているが、受講生からは「高校時代に使いたかった」という感想が多数寄せられた。ほぼ同じ内容で、教員免許状更新講習も実施した。

14:45-15:30 ワークショップ

「30球ビーズ編み」堀部 和経(愛知県立春日井東高等学校)

和算の本「算法助術」の「小球30個で大球を囲む」問題をきっかけにさまざまな多面体をビーズ編みで作っている。

ワークショップでは、小球30球で正12面体を作成した。



15:35-15:40 事例報告7

「1/fゆらぎ」榎木 英樹(尼崎市立尼崎産業高等学校)

1/fゆらぎによるデータの変化を用いてLEDで作成したローソクのシミュレーションを、間欠カオス法を用いてGRAPESのスキプトで実現した。

15:40-16:10 講演1

「授業におけるGRAPESの効果的な活用に関して」小野田啓子(東京学芸大学附属竹早中学校)

効果的な活用方法を科学的に分析しデータを蓄積していくことが求められる。授業のタイプとしては、生徒一人一人がGRAPESを使う授業の方が参加度・満足度が高い傾向がみられる。

16:15-16:45 講演2

「もっと気軽にグラフを動かそう」石谷 優行(神奈川県立横浜平沼高等学校)

授業でのGRAPESの利用は、授業の中の一部分でちょっとだけ使うことが多い。また手作業で実感させることも重要である。数学的性質をGRAPESで帰納的に導き、それを黒板とチョークで演繹的にまとめていく授業を行っている。

16:45-17:50 終わりの挨拶

友田 勝久(大阪教育大学附属高等学校池田校舎)

構成/友田 勝久(大阪教育大学附属高等学校池田校舎)