

課 題	<p>曲面・曲線についての複眼的研究</p> <p>Research on surfaces and curves from various view points</p>
研究組織	<p>四ツ谷 晶二 (理工学部・教授) 研究代表者</p> <p>岡(国府)宏枝 (理工学部・教授)</p> <p>松本 和一郎 (理工学部・教授)</p> <p>大西 俊弘 (理工学部・准教授)</p> <p>山岸 義和 (理工学部・助教)</p> <p>伊藤 敏和 (経済学部・教授)</p> <p>若狭 徹 (九州工業大学・准教授／(前)明治大学先端数理科学インスティテュート研究員)</p> <p>村井 実 (龍谷大学・非常勤講師)</p>

「科学技術共同研究センター最優秀プロジェクト賞」:

科学技術共同研究センターにおいて採択された前年度の研究プロジェクトの研究実績報告書から最も優れた研究成果をあげたと評価された研究プロジェクトに対し授与する賞である。

1. 研究発表

- (1) H. Takaichi, I. Takagi and S.Yotsutani: Global bifurcation structure on a shadow system with a source term – Representation of all solutions –, Discrete and Continuous Dynamical Systems Supplement, (2011), 1344-1350.
- (2) 四ツ谷晶二・村井実: 楕円関数と友達になろう —微分方程式の解の全体像を求めて—, 数学セミナー, 2011年4月号~2012年4月号(全12回の連載), 日本評論社.
- (3) Z. Arai, M. Gameiro, T. Gedeon, H. Kokubu, K. Mischaikow, H. Oka, Graph-based topological approximation of saddle-node bifurcation in maps, to appear in RIMS Kokyuroku BESSATSU, 2011.
- (4) T. Sushida, A. Hizume and Y. Yamagishi: Triangular spiral tilings, to appear in J. Phys. A: Math. Theor.
- (5) A. Hizume and Y. Yamagishi: Stripes on Penrose tilings, J. Phys. A: Math. Theor. 44 (2011) 015202. [権威あるイギリスの物理学会誌に論文中的図も表紙に選ばれた]
- (6) N.Konno, T.Machida, T.Wakasa: The Heun differential equation and the Gauss differential equation related to quantum walks, to appear in Yokohama Math. Journal.
- (7) Shoji Yotsutani: Multiplicity of solutions to a limiting system in the Lotka-Volterra competition with cross-diffusion, The 19th Workshop on Differential Equations and Its Applications, Jan.14-19, 2011, National Cheng Kung University, Taiwan. (招待講演)
- (8) Shoji Yotsutani: A limiting system in the Lotka-Volterra competition with cross-diffusion, The workshop is in mathematical ecology, (90min.×4) May 31-June 4, 2011, East China Normal University, China. (招待講演)
- (9) 四ツ谷 晶二: 微分方程式の解の極限形状と大域的分岐構造 —弾性曲線・交差拡散方程式系を例として—, 日本数学会年会 企画特別講演, 2011年3月26日~29日, 東京理科大学神楽坂学舎. (招待講演)
- (10) 村井・松本・四ツ谷: 平面弾性閉曲線における曲率の爆発現象, 2011年度日本数学会秋季総合分科会, 函数方程式分科会, 信州大学, 2011年9月28日~10月1日.
- (11) 村井・松本・四ツ谷: 面積制約停留の平面閉弾性閉曲線の全体像と爆発現象, 2012年度日本数学会年会, 函数方程式分科会, 東京理科大学, 2011年3月26日~29日.
- (12) Hiroe Oka: Topological crisis bifurcation IV, Developers Workshop on the Conley-Morse Database Project Kauai Beach Resort, Kauai, Hawaii, U.S.A. March 18-22, 2012.
- (13) Hiroe Oka: Topological computational approach to the crisis bifurcations (poster), RIMS Conference on "Frontiers of Topology and Dynamical Systems", 京都大学大学院理学研究科数学教室110講義室, 2011年11月21日~25日.
- (14) Hiroe Oka, A topological-computational approach to the boundary crisis bifurcations (poster), ICIAM2011, July 18-22, 2011, Vancouver, BC, Canada.

- (15) Waichiro Matsumoto: On the Cauchy-Kowalevskaya theorem of Nagumo type for systems, トリエステ大学 数学教室 偏微分方程式セミナー, 2011年5月26日.
- (16) Waichiro Matsumoto: On the Cauchy-Kowalevskaya theorem of Nagumo type, ピサ大学数学科 偏微分方程式セミナー, 2011年6月20日.
- (17) 伊藤・山岸: Transversality of complex linear distributions with spheres, contact forms and Morse type foliations, 2011年度日本数学会秋季総合分科会, トポロジー分科会, 信州大学, 2011年9月28日~10月1日.
- (18) 須志田・日詰・山岸: 葉序のおよび非葉序的な三角形の相似タイリング, 2011年度日本数学会秋季総合分科会, 応用数学分科会, 信州大学, 2011年9月28日~10月1日.
- (19) 日詰・山岸: (ポスター発表) ペンローズスタイル上の縞模様, 2011年度 日本応用数理学会 年会, 同志社大学, 2011年9月14日~16日.
- (20) 須志田・日詰・山岸: 螺旋点列に対するポロノイ分割と四角形の相似タイリング, 2011年度 日本応用数理学会 年会, 同志社大学, 2011年9月14日~16日.
- (21) 伊藤・山岸: Singularity of the variety of contacts of complex foliations with spheres, 研究会集「尾鷲微分トポロジー2011」研究会集, 尾鷲中央公民館, 2011年8月22日~25日.
- (22) 山岸義和: 正則葉層の球面との接触多様体の局所的な幾何構造, 名古屋大学解析幾何学セミナー, 名古屋大学, 2011年7月26日.
- (23) Tohru Wakasa, Mathematical analysis for a simplified tumor growth model with contact-inhibition, Dutch - Japanese Workshop "Analysis of non-equilibrium evolution problems: selected topics in material and life sciences", European Institute for Statistics, Probability, Stochastic Operations Research and their Applications, Germany, November 7-11, 2011. [ポスター賞を受賞]

2. 2011年度の研究計画

代表者の四ツ谷は、数年前、微分方程式の係数に解自身の積分項を含み、積分制約条件をもつ非線形微分方程式の解の全体構造を解析する方法を発見した。この方法により、超伝導を記述する Ginzburg-Landau 方程式、相変化を記述する Cahn-Hilliard 方程式、与えられ回転数・面積のもとでの弾性エネルギーが最小となる平面閉弾性曲線を決する問題、数理生態学に現れる cross-diffusion 方程式の極限方程式の定常解の問題等の解の全体構造の解明し、さらに、反応拡散方程式の線形化固有値問題の全固有値・固有関数を表示するアルゴリズムを示してきた。

この方法のポイントは、候補となる解の全体を2パラメータで表示、そのパラメータの定義された領域の上での物理量や幾何学量を曲面ととらえ、その曲面と等高線を詳しく解析する。曲面が代数曲面でなく、完全楕円積分とその合成からなる超越関数を用いて定義される点に困難はあり工夫を必要とするが、結局、微分方程式の解構造決定を曲面・曲線の研究に帰着するのである。

これまで各個撃破できたが、曲面・曲線の研究の立場から統一的な見直しを行い、証明を簡明化し、多数のパラメータを含む問題にも適用可能のように解析手法を整備する。同時に、線形化固有値問題の全固有値・固有関数の極限形状を調べることを目標とする。

一方、分担者の岡(国府)はここ数年、Conley 指数等の位相的方法を計算機による計算と組み合わせることで力学系の大域的構造を位相的に捉え、それを通しカオスを含む力学系の大域的振る舞いを研究しこの分野をリードしている。これは、力学系から定まる曲面や曲線を位相幾何学的に理解し、幾何学的不変量を計算機を用い厳密に計算し、大域的解構造を解明するものである。

現在、論文共著者の Mischaikow 教授ら Georgia Institute of technology の何人かの数学者によって開発されたコンピュータソフト CHomP を使い Leslie model の孤立不変集合の間の勾配的結合の構造の位相的記述と分岐構造を調べる研究を始めているのでこの遂行を目標とする。

上記2つの方法は相補的であるので共同でセミナーを開催し融合をはかる。さらに、研究成果の社会還元を計るために、研究成果を教育工学の手法や模型作成を通じてわかりやすくし、中高の教員向けの講習会等を開催し、次世代のための啓蒙活動も行う。

- I. 上記で述べたように、完全楕円積分からなる超越関数を用いて定義される曲面とその等高線の性質を統一的に調べるために、古典的な代数曲面の理論と計算機を用いた最新のグレブナー基底の計算に帰着する。このために極めて有効な働きをする、超越関数を代数関数で高精度に近似する定理を、2010年度のプロジェクト研究の成果として得た。これを利用して、これまで解決の手がかりのなかった、弾性曲線の曲率の爆発現象の解明や、cross-diffusion 方程式の極限方程式の定常解の多重度の完全解明を行う。

また、線形化固有値問題については、拡散係数を零に近づけたときの極限形状は、典型的な Allen-Cahn 方程式

の場合は、2010年度のプロジェクト研究の中で解明に成功し、現在、計算再チェックを行い論文原稿作成中であるのでそれを完成させる。

- II. 力学系から定まる曲面の位相幾何学的と計算機を用いた研究の新展開のために、ソフト Chomp を用い大量の厳密計算を実行して新たな事実が発見していく。同時に力学系を複素ベクトル場とみなす方向からとらえ直し幾何学的な観点から理解を深めていく。
- III. 2011年度も GRAPES の講習会・教育用グラフィックスの研究会を開催。
- IV. 他大学の優秀な研究者を龍谷大学に招いての講演を願ひし討論・共同研究等を行う。

3. 研究実績の概要(研究経過と成果)

研究発表(1)～(6)は、査読付き論文誌に掲載済・掲載決定の論文である。さらに、(7)～(23)は講演である。まず、研究代表者の四ツ谷および分担者の松本、村井との共同研究の概要を説明していく。

(1)は、生産項をもつ Gierer-Meinhardt 方程式系の定常解の大域的岐分構造を明らかにするため、これまで解析不可能と思われていたすべての解が楕円関数を用いて表示できることを示した。この結果は、2010年にドイツ・ドレスデンで開催された第8回 AIMS 国際会議において発表したものをもとに詳しく具体的な計算を実行したものである。

(2)は、ここ数年間で発見した、微分方程式の係数に解自身の積分項を含み積分制約条件をもつ非線形微分方程式の解の全体構造を解析する方法の本質を、分野外の研究者や一般の読者にもわかるように、数学雑誌「数学セミナー」に1年間連載したものである。これにより、これまでの研究のアイデアの本質がより明確になり、多くの研究者が他の問題への応用することが期待できる。

(7)は、研究課題の中心テーマのひとつである cross-diffusion 方程式に焦点を絞り、基礎から始めて最新の研究成果までを、華東師範大学 PDE センター(上海、中国)で開催された国際会議 Workshop on Nonlinear Parabolic/Elliptic Equations with Emphasis on Mathematical Spatial Ecology において連続講演(90分×4回)を行ったものである。

(8)は、cross-diffusion 方程式の最新の研究結果を、淡江大学(淡水、台湾)で開催された国際会議 The 19th Workshop on Differential Equations and Its Applications において発表したものである。

(9)は、日本数学会において、分野を超えた研究の促進と大学院生のテーマ提供等のための企画特別講演として、ここ数年間で発見した解の全体構造を解析する新しい手法について講演を行ったものである。特に、面積の制約条件の付き平面閉弾性閉曲線の変分問題と cross-diffusion 方程式を例にとって本質が直観的にわかるように講演した。

(10)、(11)は曲率の爆発現象に関する成果報告でこれらの講演で、曲率の爆発現象をすべて解明できそれにより面積の制約条件の付き平面閉弾性閉曲線の変分問題の解の全体像を明らかにしたものである。

(15)、(16)は南雲型の Cauchy-Kowalevskaya の定理に関する最新結果の報告である。

なお、線形化固有値問題については、曲率の爆発現象と密接な関連性がわかってきたので、それとの関係から本質がより明確になるような設定で論文を書き直している。

次に研究課題に関連した分担者の研究の概要を説明していく。

(3)、(12)、(13)、(14)は國府の研究成果であり、力学系から定まる曲面の位相幾何学的と計算機を用いた研究の新展開のためのものであり、順調に研究が進んでいる。

(4)、(5)、(17)～(22)は山岸、伊藤の研究成果であり、従来の観点と全く視点からさまざま幾何学的対象を見直したものである。特に、論文(4)は、著名な Penrose が極めて高く評価し、権威あるイギリスの物理学会誌に掲載され、論文中の図もその号の表紙に選ばれている。

(6)、(23)は若狭の研究成果である。(6)は線形の古典的な常微分方程式を我々の研究の視点から見直したものである。(24)はガン細胞の集合・離散を記述する数理モデルの研究で、解の挙動をみるために幾何学的な考察が本質的な役割を果たしている。ポスター賞を受賞した。

中高の教員向けの講習会等を通じての成果の社会還元を目的として、大西が世話人となって、教育用グラフィックソフト GRAPES の「第2回 GRAPES フォーラム」を後援した。2011年8月20日に龍谷大学大阪梅田キャンパスにおいて開催し、さらに、その際の発表内容を核にした「GRAPES 事例集第2集」を刊行の後援した。詳細は、GRAPES 作者である友田勝久氏の HP

<http://www.osaka-kyoiku.ac.jp/~tomodak/grapes/>

を「資料」ご覧いただきたい。上記のフォーラム報告書、事例集ともにダウンロードできる。

さらに、他大学との研究者との共同研究を活性化するため、国内外から指導的研究者を龍谷大学に招いて研究集会やセミナーを開催した。末尾に、2011年8月に龍谷大学セミナーハウスで開催した研究集会のプログラムを添付する。

最後に、龍谷大学科学技術共同研究センターの絶大なご支援に感謝いたします。

夏の偏微分方程式セミナー

Summer Seminar on PDE in 2011

Date : August 4-6, 2011

Location : Ryukoku University SEMINAR HOUSE TOMOIKISO

Kamigyo, Kyoto 602-8019, Japan

龍谷大学セミナーハウス「ともいき荘」

〒602-8019 京都市上京区室町通下長者町通下ル近衛町38番地 TEL: 075-366-5303

<http://www.ryukoku.ac.jp/tomoikiso>

Organizer: Shoji Yotsutani (Ryukoku University)

-----program-----

August 4 (Thursday)

13:50-14:00 開会 (Opening)

14:00-14:40 川野 日郎 (宮崎大・名誉教授)

Positive radial entire solutions of a semilinear elliptic system in R^n

14:50-15:30 Jann-Long Chern (National Central University, Taiwan)

On the structural analysis of solutions to some nonlinear systems of elliptic partial differential equations

15:50-16:30 川中子 正 (東京工業大学)

Galerkin 法の誤差評価と微分方程式の解の数値的検証法への応用

16:40-17:40 田邊 広城 (大阪大・名誉教授)

退化型楕円型作用素の L^p 評価

August 5 (Friday)

9:20-10:00 兼子 裕大・山田 義雄 (早稲田大学・基幹理工)

生物の侵入モデルに現れる双安定項を伴う拡散方程式の自由境界問題について

10:10-10:50 大枝 和浩 (早稲田大学・基幹理工)

Protection zone を持つ被食者-捕食者型の交差拡散系について

11:00-11:40 仙葉 隆 (九州工大・工)

高次元領域における走化性方程式の定常解の安定性

11:50-12:30 Jann-Long Chern (National Central University, Taiwan)

On the Minimizers of Caffarelli-Kohn-Nirenberg inequalities with the singularity on the boundary

13:30-14:10 村井 実 (龍谷大学 非常勤)

回転数 1 の平面弾性閉曲線の全体と爆発現象

14:20-15:00 壁谷 喜継 (大阪府立大学)

双曲空間上の楕円型偏微分方程式の正值解の構造

15:20-16:00 大河内広子 (東京薬科大学)

On the pattern change of solutions to nonlinear parabolic differential equations

16:10-16:50 赤木 剛朗 (神戸大学・システム情報)
Nonlinear diffusion equations involving variable exponents

17:00-17:40 中桐 信一 (神戸大学・システム情報)
移流拡散方程式の逆問題

August 6 (Saturday)

10:00-10:40 若狭 徹 (明治大学・先端数理)
接触抑制モデルの進行波解析

10:50-11:30 丸尾 健二 (神戸大・名誉教授)
ナビエストークス方程式の定常流について

11:40-12:20 白川 健 (千葉大学・教育)
結晶粒界現象の数学モデルと空間1次元での弱解の存在

12:20-12:30 閉会 (Closing)

本研究集会は,
2011年度龍谷大学科学技術共同研究センター研究プロジェクト
「曲面・曲線についての複眼的研究」(研究代表者 四ツ谷晶二)
の援助のもと開催されます.