

2016年度 科学技術共同研究センター 研究プロジェクト実績報告書

課 題	造形幾何学および関連する問題の多面的研究
研究組織	山岸 義和 (理工学部・准教授) 研究代表者 伊藤 敏和 (経済学部・教授) 國府(岡) 宏枝 (理工学部・教授) 大西 俊弘(理工学部・准教授) 日詰 明男(理工学部・客員教授) 篠原 知子(東京都立産業技術高等専門学校・准教授) 須志田 隆道(北海道大学電子科学研究所・博士研究員)
研究期間	2年研究の2年目

1. 2016年度の研究計画

ひまわりなどの植物に見られる螺旋は、数学理論としては複素解析および力学系との関連が考えられ、造形としてはタイリング、折り紙などに関連し、技術的には幾何学ソフトウェアの利用との関連が深い。本プロジェクトでは、幾何学的造形に関する問題を、力学系やトポロジーの手法で理解し、幾何学ソフトウェアを利用して解くことを目指す。そのために、理論と造形とソフトウェア利用の三分野の連携を図り、さらに、この問題意識を通してこの三分野を新しい視点で捉え直す。

2016年度は、対数螺旋の円板充填とボロノイ分割の関連の問題において回転対称性を含めた一般化を考える。また、アルキメデス螺旋のボロノイ分割の大域的構造の問題に関する研究成果を仕上げる。さらに、関連する問題として、力学系の大域的構造に関する計算的方法、不定点をもつ力学系の局所的性質に関する研究、幾何学ソフトウェアの利用技術とその応用に関する研究に取り組む。

2. 研究実績の概要(研究経過と成果)

2016年度は、2015年度から継続する研究成果が得られた。また、2015年度に得られた研究成果のいくつかを論文にまとめた。さらに、対数螺旋格子が回転対称性をもつ場合、粘着性の場合の円板充填、正四面体と折り紙、ルービックキューブの FULRD 問題など、新しい方向への展開が得られた。

(1) [対数螺旋上の円板充填とボロノイ分割の対応] 対数螺旋上の円板充填は、1907年にオランダの植物学者 van Iterson が考察した幾何学モデルである。その分岐図は、対数螺旋のボロノイ分割の分岐図(山岸, 須志田, 日詰 2015) と双対グラフの関係にある。この研究成果を論文にまとめることができた(図 1) [2,15,16,17,20,21,22,23,24,25,27,28]。

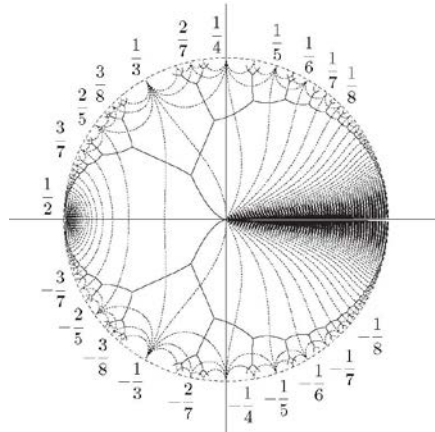
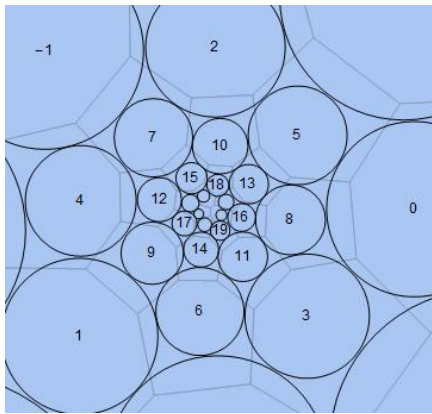


図 1. 対数螺旋格子上的の円板充填およびボロノイタイリング. その分岐図.

なお, この論文 [2] で利用した平面上の斉次有界な距離関数 $|z-w|/(|z| + |w|)$ は, 行列解析 Hasto(2002) および複素関数論 Vuorinen et al.(2011) で研究された有界距離関数と同じものであることがわかった. 本研究は, 葉序の問題としてその距離関数の幾何学的性質を深く調べたことになる.

(2) [対数螺旋格子に回転対称性を加えた場合の円板充填の分岐] 植物の螺旋葉序においても, 螺旋が回転対称性をもつ場合が観察される. 対数螺旋格子に回転対称性を加えた場合の円板充填を考え, その分岐構造を調べた. これは, 回転対称性をもたない場合を一般化した問題である. また, その極限として, 線形格子上的の円板充填が得られそうである [4].

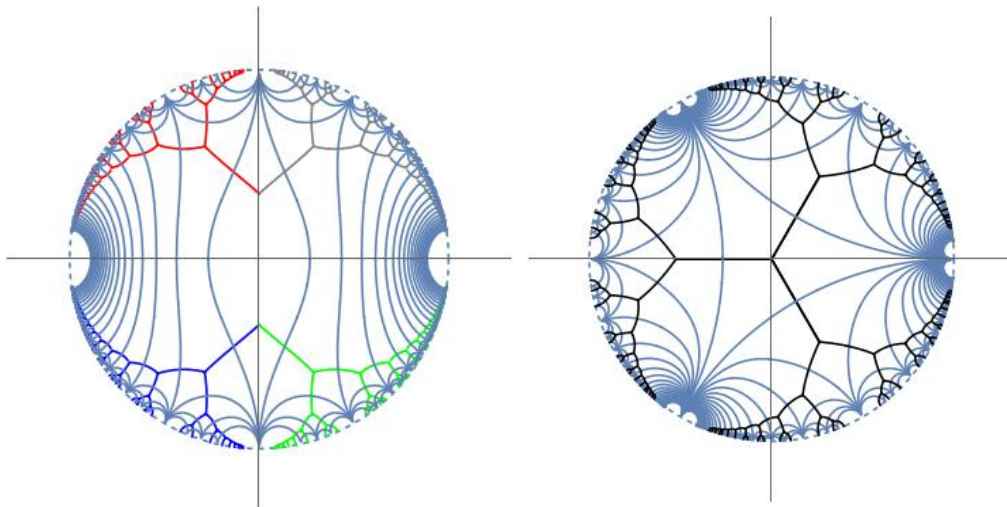


図 2. 2 回対称および 3 回対称を加えた対数螺旋格子上的の円板充填の分岐図.

(3) [アルキメデス螺旋上のボロノイタイリング] アルキメデス螺旋上のボロノイタイリングの結晶構造の準周期的構造を, トポロジーの立場から, 力学系的な分岐構造の手法を用いて説明した. この成果を論文にまとめる準備をした. (論文は現在投稿中)

(4) [粘着性円板充填] いままでは, 螺旋格子上に円板の中心を置くような円板充填に制限して考えてきたが, ここでは新しい設定で円板充填の幾何学的パターン形成を考える. 座標平面で, x 軸を地平線とし, y 軸の正の向きを上とする. 考える円板の半径パラメータ $0 < r < 1$ を固定する. y 軸に沿って上方から円板を落とすと, 中心 $(0, r)$ のところで円板は止まる. 同様に, $x = n$ (n は整数) の地点の上方から円板を落とすと, 中心 (n, r) のところで円板は止まる. 次に, **divergence** と呼ばれる実数パラメータ d を固定して, $x = n + d$ (n は整数) の地点の上方から円板を落とし, 地平線あるいは既に置かれた円板に触れたとこ

ろで円板が止まることにする(粘着性). さらに, $x=n+kd$ ($k=2,3,\dots$) の地点の上方から円板を落とす. x 軸方向の周期性により相空間を円筒とみなすことにすれば, 円筒上で, コロイド状の螺旋模様が観察された. 格子上の場合と同様に斜列係数が定義でき, パラメータ空間で分岐図を描くことができた. この研究の経過報告は日本台湾大学院生交流研究集会で **Excellent Presentation Award** を受賞した[9].

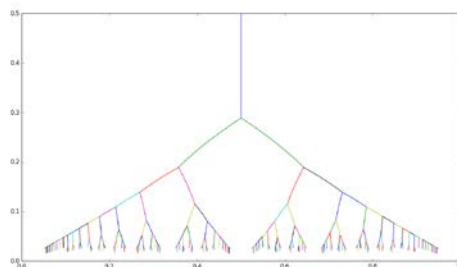
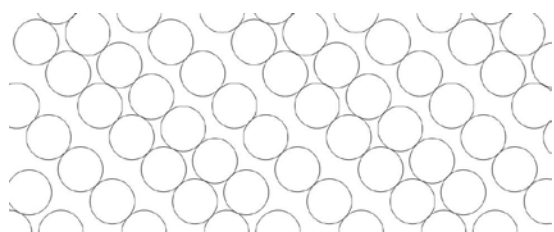


図 3. 粘着性円板充填の例と分岐図.

(5) [数学ソフトウェア体験ワークショップ] 昨年に続いて, 深草学舎にて数学ソフトウェア体験ワークショップを開催した.

- ・2016年10月1日(土) KetCindy 体験ワークショップ
龍谷大学 深草学舎 5号館 502 教室

プログラム

午前の部 (KetCindy の操作体験がまったくない方が対象)

09:30~10:00 KetCindy のインストールと設定

10:00~11:00 KetCindy の概要説明

高遠節夫(東邦大学)

11:00~12:00 KetCindy の基本操作入門

入谷昭(磐田南高)・牧下英世(芝浦工大)

午後の部 (KetCindy の操作体験がある方が対象)

13:00~13:30 KetCindy による教材作成の実際(I)・作表

北原清志(工学院大)

13:30~14:00 KetCindy による教材作成の実際(II)・自由曲線

久保康幸(弓削商船高専)

14:00~14:30 KetCindy による教材作成の実際(III)・アニメーション

西浦孝治(福島高専)

14:30~15:00 KetCindy による教材作成の実際(IV)・空間図形

小林茂樹(長野高専)

15:00~17:00 KetCindy による教材作成体験

参加者名 18名

- ・2017年3月11日(土) GeoGebra 操作体験ワークショップ
龍谷大学深草学舎 5号館 302 教室

<午前の部>初級編 (GeoGebra の操作体験が全くない方が対象)

9:30~ 受付開始

10:00~12:00 GeoGebra の基本操作入門 (作図, 関数グラフ)

大西俊弘(龍谷大学)

<午後の部>中級編 (GeoGebra の操作体験がある方が対象)

13:00～ 受付開始

13:30～14:30 3D グラフィックス(空間図形)について
檜木秀樹 (尼崎双星高等学校)

14:40～15:40 CAS (数式処理) 機能について
大西俊弘 (龍谷大学)

15:50～16:50 表計算・統計機能について
古宇田大介 (芝浦工業大学柏中学・高等学校)

16:50～17:00 総括・質疑応答

参加者 26名

- ・2017年3月12日(日) 数学学習・数学教育用ソフトウェア活用法研究会
龍谷大学 セミナーハウス「ともいき荘」

9:30～ 受付開始

10:00～11:00 「GRAPES の新機能紹介と GRAPES の将来」
友田 勝久 (大阪教育大学附属高等学校池田校舎)
永田ひろみ (雲雀丘学園高等学校)

11:00～12:00 「Cinderella と KetCindy の紹介、和算の教材化について」
牧下英世 (芝浦工業大学)
入谷 昭 (静岡県立磐田南高等学校)

12:00～13:00 昼食休憩

13:00～14:30 「GeoGebra の活用事例の紹介」
堀尾直文 (熊本大学・大学院生)
檜木秀樹 (尼崎双星高等学校)
古宇田大介 (芝浦工業大学柏中学・高等学校)

14:30～15:30 「新しい数学学習・数学教育用ソフトウェアの紹介と今後の展望」
濱田龍義 (日本大学)
大西俊弘 (龍谷大学)

15:30～16:30 「数理探究での数学ソフトウェア活用の可能性について」
上記講演者全員によるパネルディスカッション

参加者 25名

(5) [その他] 幾何学ソフトウェアを利用した数学の問題として、三角形の内心および傍心の軌跡に関する研究結果を得た。三角形の二つの頂点 A, B を固定するとき、残る一つの頂点 C の写像として内心 I および三つの傍心 E_1, E_2, E_3 が定まる。ここで、内心および傍心から頂点 C への逆写像は、同一の簡単な有理写像で表されることがわかった。この有理写像は 4対1 の写像である [5,6,7,8,26]。

力学系のモース分解のネットワークの大きさと、力学系の摂動との関係を調べた。ネットワークの大きさを上から評価することにより、モース分解の計算可能性についての厳密な評価を与えた[1]。

不定点をもつ力学系として、とくに周期1の場合の周期的不定点の近傍における局所的な性質を調べた[13,14]。

ルービックキューブについて、一つの面の回転を使わず、残りの五面の回転だけを使う解法を提案した[11,12] (論文は投稿中)。通常の六面操作であれば、最良のアルゴリズムを利用すれば最大20手でルービックキューブが解けることは2010年に知られている。五面の操作に制限するとき、最大何手で解けるかという問題が考えられる。

一本のねじれない帯を折って、正四面体を作ることができた。また、このような折り

図は正四面体上の閉測地線に対応しており、既約分数 p/q で番号付けすることができ、したがって(可算)無限個あることを示した[18,19] (論文は投稿中).

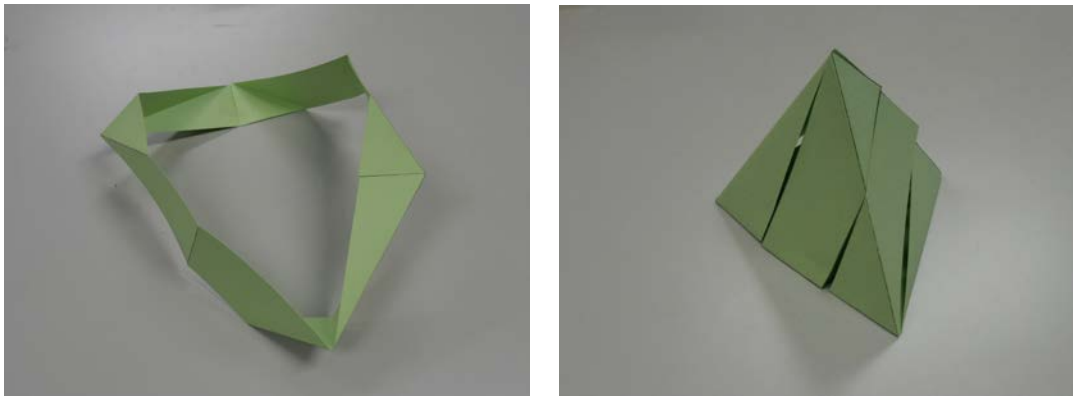


図 4. 一本の帯から正四面体を折る(パラメータ $p/q=1/2$).

3. 研究発表

論文

[1] Tomas Gedeon, Shaun Harker, Hiroshi Kokubu, Konstantin Mischaikow, Hiroe Oka, Global dynamics for steep sigmoidal nonlinearities in two dimensions, *Physica D*, 338, 2017, pp.18-38. (査読有) DOI:10.1016/j.physd.2016.08.006

[2] Yoshikazu Yamagishi and Takamichi Sushida, Spiral disk packings, *Physica D* 345 (2017) 1-10. (15 April 2017) (査読有) doi:10.1016/j.physd.2016.12.003

[3] Takamichi Sushida and Yoshikazu Yamagishi, Geometrical study of phyllotactic patterns by Beronulli spiral lattices, to appear in *Development, Growth and Differentiation*, The Japanese Society of Developmental Biologists (査読有)

講演 (著者あいうえお順)

[4] (国際会議) Takuro Uezono(上 藺拓郎) and Yoshikazu Yamagishi, Spiral circle packing in the cone, The 8th Taiwan-Japan joint workshop for young scholars in applied mathematics, March 10-12, 2017, 東広島芸術文化ホールくらら.

[5] 大西俊弘, 動的幾何ソフトを利用した内心・傍心の軌跡に関する数学的探究, 2016年8月21日, 日本科学教育学会 課題研究「数学教育におけるテクノロジー活用の将来像の考察 7」

[6] 大西俊弘, 山岸義和, 四ツ谷晶二「三角形の内心と傍心の軌跡について. 軌跡の方程式の導出法と軌跡の存在領域」RIMS 研究集会「数学ソフトウェアとその効果的教育利用に関する研究」2016年9月28日-30日, 京都大学

[7] 大西俊弘, 三角形の内心・傍心の軌跡に関する考察, 日本数学教育学会第49回秋期研究大会, 2016年10月29日, 弘前大学教育学部.

[8] 大西俊弘, 三角形の内心と傍心の探究, 平成28年度統計数理研究所共同研究集会「動的幾何学ソフトウェア GeoGebra の整備と普及」, 2016年10月31日, 統計数理研究所.

- [9] (国際会議, Excellent Presentation Award を受賞) Kenta Kishida(岸田健太) and Yoshikazu Yamagishi, Sticky circle packing, The 8th Taiwan-Japan joint workshop for young scholars in applied mathematics, March 10-12, 2017, 東広島芸術文化ホールくらら.
- [10] 塩田朝未, 山岸義和, ルービックキューブの FULRD 問題, 応用数学合同研究集会(離散系), 2016 年 12 月 15 日-17 日, 龍谷大学.
- [11] (ポスター) 塩田朝未, 山岸義和, 「ルービックキューブの FULRD 問題」第 28 回龍谷大学新春技術講演会, 2017 年 1 月 11 日, 大津プリンスホテル.
- [12] (国際会議) Asami Shiota and Yoshikazu Yamagishi, The FULRD problem of Rubik's cube, The 8th Taiwan-Japan joint workshop for young scholars in applied mathematics, March 10-12, 2017, 東広島芸術文化ホールくらら.
- [13] 篠原知子, A set of indeterminate points of Newton's method of several variables, 研究集会 Complex dynamical systems and related topics, 2016 年 12 月 13 日, 京都大学数理解析研究所.
- [14] (国際会議) Tomoko Shinohara, Local dynamics of a rational map of two variables at a fixed indeterminate point, 研究集会 Dynamics and Analysis in Several Complex Variables, 2017 年 3 月 22 日, 京都大学理学部.
- [15] (ポスター) 須志田隆道, アルキメデス螺旋格子による葉序的なボロノイタイリング、研究集会「数理で解き明かす森羅万象」2016 年 8 月 20 日, 広島大学.
- [16] (ポスター, 国際会議) Takamichi Sushida, Phyllotactic Voronoi tilings on Archimedean spiral lattices, International conference of patterns and waves, Aug 1. 2016, Hokkaido University.
- [17] (ポスター) 須志田隆道, アルキメデス螺旋格子によるボロノイタイリングとタイルの極限形状, 応用解析研究会～可積分系から計算数学まで～, 2016 年 5 月 19 日, 天満研修センター.
- [18] (国際会議, 折り紙作品展示) Yuki Murakami, Ryota Yamamoto and Yoshikazu Yamagishi, Origami loop strip for the regular tetrahedron. ICMMA2016 (International Conference on Mathematical Modeling and Applications 2016), Origami-Based Modeling and Analysis, 2016 年 11 月 9 日-12 日, 明治大学.
- [19] (ポスター) 村上佑希, 山本良太, 山岸義和, 「一本の帯から正四面体を折る」第 28 回龍谷大学新春技術講演会, 2017 年 1 月 11 日, 大津プリンスホテル.
- [20] 山岸義和, Disk packing on the logarithmic spiral lattice, 筑波大学数理物質系公開セミナー, 2016 年 8 月 18 日.
- [21] 山岸 義和, 須志田隆道, 対数螺旋格子上的円板充填, 日本応用数理学会, 2016 年 9 月 12 日--14 日, 北九州国際会議場.
- [22] (国際会議) 山岸義和(Yoshikazu Yamagishi), 須志田隆道(Takamichi Sushida), 対数螺旋格子上的円板充填 (Disk packing on logarithmic spiral lattices), RIMS 共同研究「準周期系の数理物理とその周辺(Mathematical Physics of Quasi-Periodic Systems and Related Topics)」2016 年 11 月 7 日-9 日, 京都大学.

[23] (国際会議, 招待講演). Yoshikazu Yamagishi, Bifurcation diagram of disk packings on logarithmic spiral, ICMMA2016(International Conference on Mathematical Modeling and Applications 2016), Origami-Based Modeling and Analysis, 2016年11月9日-12日, 明治大学.

[24] 山岸義和, 須志田隆道, 対数螺旋格子の円板充填, 応用数学合同研究集会(解析系), 2016年12月15日-17日, 龍谷大学.

[25] (国際会議) 山岸義和(Yoshikazu Yamagishi), 対数螺旋格子上の円板充填 (Disk packings on logarithmic spiral lattices), 「リーマン面・不連続群論」研究集会, 2017年1月7日-9日, 東北大学.

[26] (ポスター) 山岸義和, 大西俊弘「幾何学ソフトウェアによる数学教育と幾何学研究の展開」第28回龍谷大学新春技術講演会, 2017年1月11日, 大津プリンスホテル.

[27] (国際会議) Yoshikazu Yamagishi, Circle packings along logarithmic spiral lattices, The Taiwan-Japan Joint mini-workshop on Applied Mathematics, 2017年3月9日, 東広島芸術文化ホールくらら.

[28] 山岸義和, 須志田隆道, 「対数螺旋格子上の円板充填」日本数学会, 2017年3月24日-27日, 首都大学東京.

4. 本研究課題のキーワード

- | | | | |
|--------|------------|----------|---------|
| (1) 螺旋 | (2) ボロノイ分割 | (3) 連分数 | (4) 葉序 |
| (5) 分岐 | (6) モース指数 | (7) 円板充填 | (8) 折り紙 |